

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

УЧЕБНЫЙ КУРС «АЛГЕБРА»

7 класс

Числа и вычисления.

Рациональные числа. Сравнение, упорядочивание и арифметические действия с рациональными числами. Числовая прямая, модуль числа.

Степень с натуральным показателем и ее свойства. Запись числа в десятичной позиционной системе счисления.

Решение текстовых задач арифметическим способом. Решение задач из реальной практики на части, на дроби, на проценты, применение отношений и пропорций при решении задач, решение задач на движение, работу, покупки, налоги.

Делимость целых чисел. Свойства делимости.

Простые и составные числа. Четные и нечетные числа. Признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 3, 6, 9, 10, 11. Признаки делимости суммы и произведения целых чисел при решении задач с практическим содержанием.

Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух чисел. Взаимно простые числа. Алгоритм Евклида.

Деление с остатком. Арифметические операции над остатками.

Алгебраические выражения.

Выражение с переменными. Значение выражения с переменными. Представление зависимости между величинами в виде формулы.

Тождество. Тождественные преобразования алгебраических выражений. Доказательство тождеств.

Одночлены. Одночлен стандартного вида. Степень одночлена.

Многочлены. Многочлен стандартного вида. Степень многочлена. Сложение, вычитание, умножение и деление многочленов. Преобразование целого выражения в многочлен. Корни многочлена.

Формулы сокращенного умножения: квадрат суммы и квадрат разности двух выражений, куб суммы и куб разности двух выражений, разность квадратов двух выражений, произведение разности и суммы двух выражений, сумма и разность кубов двух выражений.

Разложение многочлена на множители. Вынесение общего множителя за скобки. Метод группировки.

Уравнения и неравенства.

Уравнение с одной переменной. Корень уравнения. Свойства уравнений с одной переменной. Равносильность уравнений. Уравнение как математическая модель реальной ситуации.

Линейное уравнение с одной переменной. Число корней линейного уравнения. Решение текстовых задач с помощью линейных уравнений. Линейное уравнение, содержащее знак модуля.

Уравнение с двумя переменными. График линейного уравнения с двумя переменными. Системы линейных уравнений с двумя переменными. Графический метод решения системы линейных уравнений с двумя переменными. Решение систем линейных

уравнений с двумя переменными методом подстановки и методом сложения. Система двух линейных уравнений с двумя переменными как модель реальной ситуации.

Функции.

Координата точки на прямой. Числовые промежутки. Расстояние между двумя точками координатной прямой.

Прямоугольная система координат. Абсцисса и ордината точки на координатной плоскости. Примеры графиков, заданных формулами. Чтение графиков реальных зависимостей.

Функциональные зависимости между величинами. Понятие функции. Функция как математическая модель реального процесса. Область определения и область значений функции. Способы задания функции. График функции. Понятия максимума и минимума, возрастания и убывания на примерах реальных зависимостей.

Линейная функция, ее свойства. График линейной функции. График функции $y = |x|$. Кусочно-заданные функции.

8 класс

Числа и вычисления.

Квадратные корни. Арифметический квадратный корень и его свойства. Понятие иррационального числа. Действия с иррациональными числами. Свойства действий с иррациональными числами. Сравнение иррациональных чисел.

Представления о расширениях числовых множеств. Множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел. Сравнение чисел. Числовые промежутки.

Действия с остатками. Остатки степеней. Применение остатков к решению уравнений в целых числах и текстовых задач.

Размеры объектов окружающего мира, длительность процессов в окружающем мире. Стандартный вид числа.

Алгебраические выражения.

Алгебраическая дробь. Допустимые значения переменных в дробно-рациональных выражениях. Основное свойство алгебраической дроби. Сложение, вычитание, умножение и деление алгебраических дробей. Выделение целой части алгебраической дроби.

Рациональные выражения. Тожественные преобразования рациональных выражений.

Допустимые значения переменных в выражениях, содержащих арифметические квадратные корни. Тожественные преобразования выражений, содержащих арифметические квадратные корни.

Степень с целым показателем и ее свойства. Преобразование выражений, содержащих степени.

Уравнения и неравенства.

Квадратное уравнение. Формула корней квадратного уравнения. Количество действительных корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Уравнения, сводимые к линейным уравнениям или к квадратным уравнениям. Квадратное уравнение с параметром. Решение текстовых задач с помощью квадратных уравнений.

Дробно-рациональные уравнения. Решение дробно-рациональных уравнений. Решение текстовых задач с помощью дробно-рациональных уравнений. Графическая интерпретация уравнений с двумя переменными.

Числовые неравенства. Свойства числовых неравенств.

Неравенство с переменной. Строгие и нестрогие неравенства. Сложение и умножение числовых неравенств. Оценивание значения выражения. Доказательство неравенств.

Понятие о решении неравенства с одной переменной. Множество решений неравенства. Равносильные неравенства.

Линейное неравенство с одной переменной и множества его решений. Решение линейных неравенств с одной переменной. Системы и совокупности линейных неравенств с одной переменной. Решение текстовых задач с помощью линейных неравенств с одной переменной.

Функции.

Область определения и множество значений функции. Способы задания функций. График функции. Чтение свойств функции по ее графику. Примеры графиков функций, отражающих реальные процессы.

Линейная функция. Функции, описывающие прямую и обратную пропорциональные зависимости, их графики.

Функции $y = ax^2$, $y = x^2 + b$, $y = x^3$, $y = |x|$, $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{k}{x}$ и их свойства. Кусочно-заданные функции.

9 класс

Числа и вычисления.

Корень n-й степени и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства.

Алгебраические выражения.

Тождественные преобразования выражений, содержащих корень n-й степени. Тождественные преобразования выражений, содержащих степень с рациональным показателем.

Квадратный трехчлен. Корни квадратного трехчлена. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

Уравнения и неравенства.

Биквадратные уравнения. Примеры применений методов равносильных преобразований, замены переменной, графического метода при решении уравнений 3-й и 4-й степеней.

Решение дробно-рациональных уравнений.

Решение систем уравнений с двумя переменными. Решение простейших систем нелинейных уравнений с двумя переменными. Графический метод решения системы нелинейных уравнений с двумя переменными. Система двух нелинейных уравнений с двумя переменными как модель реальной ситуации.

Числовые неравенства. Решение линейных неравенств. Доказательство неравенств.

Квадратные неравенства с одной переменной. Решение квадратных неравенств графическим методом и методом интервалов. Метод интервалов для рациональных неравенств. Простейшие неравенства с параметром.

Решение текстовых задач с помощью неравенств, систем неравенств.

Неравенство с двумя переменными. Решение неравенства с двумя переменными.

Системы неравенств с двумя переменными. Графический метод решения систем неравенств с двумя переменными.

Функции.

Функция. Свойства функций: нули функции, промежутки знакопостоянства функции, промежутки возрастания и убывания функции, четные и нечетные функции, наибольшее и наименьшее значения функции.

Квадратичная функция и ее свойства. Использование свойств квадратичной функции для решения задач. Построение графика квадратичной функции. Положение графика квадратичной функции в зависимости от ее коэффициентов. Графики функций $y = ax^2$, $y = a(x - m)^2$ и $y = a(x - m)^2 + n$. Построение графиков функций с помощью преобразований.

Дробно-линейная функция. Исследование функций.

Функция $y = x^n$ с натуральным показателем n и ее график.

Числовые последовательности и прогрессии.

Понятие числовой последовательности. Конечные и бесконечные последовательности. Ограниченная последовательность. Монотонно возрастающая (убывающая) последовательность. Способы задания последовательности: описательный, табличный, с помощью формулы n -го члена, рекуррентный.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Свойства членов арифметической и геометрической прогрессий. Формулы n -го члена арифметической и геометрической прогрессий. Формулы суммы первых n членов арифметической и геометрической прогрессий. Задачи на проценты, банковские вклады, кредиты.

Представление о сходимости последовательности, о суммировании бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Метод математической индукции. Простейшие примеры.

УЧЕБНЫЙ КУРС «ГЕОМЕТРИЯ»

7 класс

Начала геометрии.

История возникновения и развития геометрии. Начальные понятия геометрии. Точка, прямая, отрезок, луч. Понятие об аксиоме, теореме, доказательстве, определении.

Взаимное расположение точек на прямой. Измерение длины отрезка, расстояние между точками.

Полуплоскость и угол. Виды углов. Измерение величин углов. Вертикальные и смежные углы. Параллельные и перпендикулярные прямые. Расстояние от точки до прямой. Биссектриса угла.

Ломаная. Виды ломаных. Длина ломаной. Многоугольники. Периметр многоугольника. Понятие о выпуклых и невыпуклых многоугольниках.

Первичные представления о равенстве фигур, их расположении, симметрии.

Простейшие построения. Инструменты для измерений и построений.

Треугольники.

Виды треугольников: остроугольные, прямоугольные, тупоугольные, равнобедренные, равносторонние. Медиана, биссектриса и высота треугольника.

Равенство треугольников. Первый и второй признаки равенства треугольников.

Равнобедренные треугольники и их свойства. Признак равнобедренного треугольника. Третий признак равенства треугольников.

Соотношения между сторонами и углами треугольника. Неравенство треугольника. Неравенство о длине ломаной.

Симметричные фигуры. Основные свойства осевой симметрии. Примеры симметрии в окружающем мире.

Параллельные прямые. Сумма углов многоугольника.

Параллельность прямых, исторические сведения о постулате Евклида и о роли Лобачевского в открытии неевклидовой геометрии. Свойства и признаки параллельных прямых. Сумма углов треугольника. Внешние углы треугольника. Сумма внутренних углов многоугольника и сумма внешних углов выпуклого многоугольника.

Прямоугольные треугольники.

Признаки равенства прямоугольных треугольников. Перпендикуляр и наклонная. Свойство медианы прямоугольного треугольника, проведенной к гипотенузе. Прямоугольный треугольник с углом в 30° .

Окружность.

Понятия окружности и круга. Элементы окружности и круга: центр, радиус, диаметр, хорда, их свойства. Взаимное расположение окружности и прямой. Касательная и секущая к окружности. Окружность, вписанная в угол. Простейшие построения с помощью циркуля и линейки.

Геометрические места точек.

Понятие о геометрическом месте точек. Примеры геометрических мест точек на плоскости. Биссектриса угла и серединный перпендикуляр к отрезку как геометрические места точек. Описанная окружность треугольника, ее центр. Метод геометрических мест точек при решении геометрических задач.

Построения с помощью циркуля и линейки.

Исторические сведения. Обоснования простейших построений, этапы задачи на построения, решение задач на построение циркулем и линейкой.

8 класс

Четырехугольники.

Параллелограмм, его признаки и свойства. Прямоугольник, ромб, квадрат, их признаки и свойства. Трапеция. Равнобедренная трапеция, ее свойства и признаки. Прямоугольная трапеция. Средняя линия трапеции.

Средняя линия треугольника. Метод удвоения медианы треугольника. Теорема о пересечении медиан треугольника.

Теорема Фалеса, теорема о пропорциональных отрезках. Теорема Вариньона для произвольного четырехугольника.

Центрально-симметричные фигуры.

Подобие.

Подобие треугольников, коэффициент подобия. Признаки подобия треугольников. Применение подобия при решении геометрических и практических задач.

Площадь.

Понятие о площади. Свойства площадей геометрических фигур. Простейшие формулы для площади треугольника, параллелограмма, ромба и трапеции. Площади

подобных фигур. Отношение площадей треугольников.

Теорема Пифагора.

Теорема Пифагора. Применение теоремы Пифагора при решении практических задач.

Элементы тригонометрии.

Синус, косинус, тангенс и котангенс острого угла прямоугольного треугольника. Тригонометрические функции углов в 30° , 45° и 60° . Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике.

Углы и четырехугольники, связанные с окружностью.

Вписанные и центральные углы, угол между касательной и хордой. Углы между хордами и секущими. Вписанные и описанные окружности треугольника и четырехугольника. Свойства и признаки вписанного четырехугольника. Взаимное расположение двух окружностей. Касание окружностей. Общие касательные к двум окружностям.

9 класс

Решение треугольников.

Синус, косинус, тангенс углов от 0° до 180° . Основное тригонометрическое тождество. Формулы приведения. Решение треугольников. Теорема косинусов и теорема синусов. Решение практических задач с использованием теоремы косинусов и теоремы синусов. Решение задач геометрической оптики.

Тригонометрические формулы для площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции. Формула Герона. Формула площади выпуклого четырехугольника.

Подобие треугольников.

Хорды и подобные треугольники в окружности. Теорема о произведении отрезков хорд, теоремы о произведении отрезков секущих, теорема о квадрате касательной. Применение при решении геометрических задач. Теоремы Чевы и Менелая. Понятие о гомотетии.

Метод координат.

Уравнение прямой на плоскости. Угловой коэффициент и свободный член, их геометрический смысл. Параллельность и перпендикулярность прямых (через угловой коэффициент).

Уравнение окружности. Нахождение пересечений окружностей и прямых в координатах. Формула расстояния от точки до прямой. Площадь параллелограмма в координатах, понятие об ориентированной площади. Применение метода координат в практико-ориентированных геометрических задачах.

Векторы.

Векторы на плоскости. Сложение и вычитание векторов - правила треугольника и параллелограмма. Умножение вектора на число. Координаты вектора. Сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число в координатах. Применение векторов в физике, центр масс.

Понятие о базисе (на плоскости). Разложения векторов по базису. Скалярное произведение векторов, геометрический смысл и выражение в декартовых координатах. Дистрибутивность скалярного произведения. Скалярное произведение и проектирование. Применение скалярного произведения векторов для нахождения длин и углов. Решение

геометрических задач с помощью скалярного произведения.

Длина окружности и площадь круга.

Правильные многоугольники. Длина окружности. Градусная и радианная мера угла, вычисление длин дуг окружностей. Площадь круга, сектора, сегмента. Исторические сведения об измерении длины окружности и площади круга.

Движения плоскости.

Центральная симметрия. Централно-симметричные фигуры. Поворот. Осевая симметрия. Фигуры, симметричные относительно некоторой оси. Параллельный перенос.

Понятие движения и его свойства. Равенство фигур. Проявления симметрии в природе, живописи, скульптуре, архитектуре. Композиции движений (простейшие примеры). Применение в геометрических задачах.

УЧЕБНЫЙ КУРС «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА»

7 класс

Представление данных в виде таблиц, диаграмм. Заполнение таблиц, чтение и построение столбиковых (столбчатых) и круговых диаграмм. Чтение графиков реальных процессов. Извлечение информации из диаграмм и таблиц, использование и интерпретация данных.

Описательная статистика: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения, квартили, среднее гармоническое, среднее гармоническое числовых данных.

Примеры случайной изменчивости при измерениях, в массовом производстве, тенденции и случайные колебания, группировка данных, представление случайной изменчивости с помощью диаграмм, частоты значений, статистическая устойчивость.

Граф, вершина, ребро. Степень вершины. Число ребер и суммарная степень вершин. Понятие о связных графах. Пути в графах. Цепи и циклы. Обход графа (эйлеров путь). Понятие об ориентированном графе. Решение задач с помощью графов.

Утверждения и высказывания. Отрицание утверждения, условные утверждения, обратные и равносильные утверждения, необходимые и достаточные условия, свойства и признаки. Противоположные утверждения, доказательства от противного.

Случайный эксперимент (опыт) и случайное событие. Вероятность и частота случайного события. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе.

8 класс

Множество и подмножество. Примеры множеств в окружающем мире. Пересечение и объединение множеств. Диаграммы Эйлера. Числовые множества. Примеры множеств из курсов алгебры и геометрии. Перечисление элементов множеств с помощью организованного перебора и правила умножения. Формула включения-исключения.

Элементарные события. Вероятности случайных событий. Опыты с равновероятными элементарными событиями. Случайный выбор.

Измерение рассеивания числового массива. Дисперсия и стандартное отклонение числового набора. Свойства дисперсии и стандартного отклонения. Диаграммы рассеивания двух наблюдаемых величин. Линейная связь на диаграмме рассеивания.

Дерево. Дерево случайного эксперимента. Свойства деревьев: единственность пути,

связь между числом вершин и числом ребер. Понятие о плоских графах. Решение задач с помощью деревьев.

Логические союзы «И» и «ИЛИ». Связь между логическими союзами и операциями над множествами. Использование логических союзов в алгебре.

Случайные события как множества элементарных событий. Противоположные события. Операции над событиями. Формула сложения вероятностей.

Правило умножения вероятностей. Условная вероятность. Представление случайного эксперимента в виде дерева. Независимые события.

9 класс

Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний и треугольник Паскаля. Свойства чисел сочетаний. Бином Ньютона. Решение задач с использованием комбинаторики.

Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка, из дуги окружности.

Испытания. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха. Серия испытаний Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечного множества.

Случайная величина и распределение вероятностей. Примеры случайных величин. Важные распределения – число попыток в серии испытаний до первого успеха и число успехов в серии испытаний Бернулли (геометрическое и биномиальное распределения).

Математическое ожидание случайной величины. Физический смысл математического ожидания. Примеры использования математического ожидания. Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины. Свойства математического ожидания и дисперсии. Математическое ожидание и дисперсия изученных распределений.

Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Математические основания измерения вероятностей. Роль и значение закона больших чисел в науке, в природе и обществе, в том числе в социологических обследованиях и в измерениях.